

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Заступник декана/директора  
з навчальної роботи

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Застосування методу скінчених елементів  
для студентів

галузь знань	математика та статистика
спеціальність	113 Прикладна математика
освітній рівень	бакалавр
освітня програма	Прикладна математика
спеціалізація	бакалавр
вид дисципліни	спеціальний курс

Форма навчання	стаціонарна
Навчальний рік	2017/2018
Семестр	8
Кількість кредитів ECTS	2
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю залік	

Викладачі: ас. Оноцький В.В.

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_)» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

(підпис, ПІБ, дата)

20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_)» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

(підпис, ПІБ, дата)

Розробник: Оноцький В'ячеслав Валерійович, асистент кафедри обчислювальної математики

---

«ЗАТВЕРДЖЕНО»

Зав. кафедри \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(підпис)

(\_\_\_\_\_)

(прізвище та ініціали)

Протокол № \_\_\_\_ від « \_\_\_\_ »

\_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету/інституту (педагогічною радою коледжу)

---

Протокол від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року № \_\_\_\_

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_

(підпис)

(\_\_\_\_\_)

(прізвище та ініціали)

Голова педагогічної ради (для коледжів)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

## 1. Мета дисципліни

Оволодіння основами застосування методу скінчених елементів чисельного розв'язання задач математичної фізики

## 2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни (за наявності)<sup>1</sup>:

1. Успішне опанування курсу математичного аналізу
2. Успішне опанування курсу лінійної алгебри
3. Успішне опанування курсу диференціальних рівнянь
4. Успішне опанування курсу функціонального аналізу
5. Успішне опанування курсу теорії функцій комплексної змінної
6. Успішне опанування курсу методів обчислень
7. Успішне опанування курсу рівнянь математичної фізики

## 3. Анотація навчальної дисципліни:

Метод скінчених елементів на рівні з скінчено-різницеvim методом є одним із основних методів дискретизації в чисельному моделюванні. Опанувавши цю дисципліну, студенти зможуть застосовувати метод скінчених елементів для комп'ютерного моделювання в інженерії, фізиці, інших галузях. Курс містить опис теоретичних основ та принципи застосування методу скінчених елементів в комп'ютерному моделюванні.

## 4. Завдання (навчальні цілі):

Закласти основи фундаментальної фахової підготовки, яка очікується від випускників класичних університетів із спеціальності "Прикладна математика".

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Код	Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)	Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
1	Знання основних відомостей з методу скінчених елементів	Лекції	Модульна контрольна	100%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання (не обов'язково для вибіркових дисциплін які не входять до блоків спеціалізації)

Результати навчання дисципліни (код) Програмні результати навчання (назва)	1.1	1.2	2.1	4.1	4.2

<sup>1</sup>альтернативний варіант:

Успішне опанування курсу \_\_\_\_\_

Знання теоретичних основ \_\_\_\_\_

## 7.Схема формування оцінки.

### 7.1Форми оцінювання студентів:

Семестрове оцінювання:

2 модульні контрольні роботи по 20 балів

Реферат – 20 балів

Підсумкове оцінювання (у формі заліку): 40 балів

Умови допуску до заліку: більше 30 балів за семестр та відвідування більше 50% лекцій

**7.2 Організація оцінювання:** (обов'язково зазначається порядок організації передбачених робочою навчальною програмою форм оцінювання із зазначенням орієнтовного графіку оцінювання).

	Дата	Оцінка
Модульна контрольна робота	2 березня 2018 р.	20
Модульна контрольна робота	20 квітня 2018 р.	20
Захист реферату	20 квітня -20 травня 2018 р.	20

### 7.3 Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно /Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59
<b>Зараховано / Passed</b>	60-100
<b>Не зараховано / Fail</b>	0-59

<sup>2</sup> Залік виставляється за результатами роботи студента впродовж усього семестру і не передбачає додаткових заходів оцінювання для успішних студентів.

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план \_\_\_\_\_ занять

№ п/п	Номер і назва теми*	Кількість годин		
		лекції	семінари/ практичні/ лабораторні <i>вибрати необхідне</i>	Самостійна робота
1	Гільбертові простори й рівняння на них	2		
2	Еліптичний диференціальний оператор другого порядку	2		
3	Формулювання еліптичних крайових задач	2		
4	Наближені задачі. Лема Вишика-Сеа. Матриця жорсткості.	2		
5	МСЕ в одномірному випадку	2		
6	МСЕ в одномірному випадку (продовження)	2		
7	МСЕ в одномірному випадку (закінчення)	2		
8	МСЕ в багатомірному випадку	2		
9	МСЕ в багатомірному випадку: кусково-лінійні заповнення на триангуляціях	2		
10	МСЕ в багатомірному випадку (продовження)	2		
11	МСЕ в багатомірному випадку (приклад)	2		
12	МСЕ в багатомірному випадку (приклад, метод Фур'є)	2		
13	Застосування МСЕ для деяких крайових задач	2		
14	Застосування МСЕ для задач тепло- та масо-переносу	2		
15	Консультація	2		
	Всього <sup>3</sup>	30		

\*Примітка: слід зазначити також теми, винесені на самостійне вивчення

**Загальний обсяг** 30 год.<sup>4</sup>, в тому числі (вибрати необхідне):

Лекцій -28 год.

Консультації -2 год.

9. Рекомендовані джерела<sup>5</sup>:

**Основна:** (Базова)

1. Деклу Ж. Метод конечных элементов. –Москва. –Мир. -1976.
2. Лаевский Ю.М. Метод конечных элементов (основы теории, задачи). – Новосибирск. -1999.
3. Марчук Г.И., Агошков В.И.. Введение в проекционно-сеточные методы.– М.: Наука, 1981.
4. Сегерлинд Л.Дж. Применение метода конечных элементов. –Москва. –Мир. -1979. - 392 с.

**Додаткова:**

5. Кандидов В.П., Чесноков С.С., Выслоух В.А. - Метод конечных элементов в задачах динамики – 1980.
6. Коннор Дж., Бреббиа К. - Метод конечных элементов в механике жидкости – 1979.
7. Норри Д., Фриз де Ж. Введение в метод конечных элементов. — М.: Мир, 1981.
8. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: ЛНУ імені Франка. – 2004.
9. Сьярле Ф.. Метод конечных элементов для эллиптических задач. – М.: Мир, 1982.

10. **Додаткові ресурси** (за наявності):

Персональна сторінка ас. Оноцького В.В . <http://om.univ.kiev.ua/ua/user-94>.

<sup>3</sup> У робочій програмі навчальної дисципліни для лекційних, семінарських, практичних і лабораторних занять зазначається (*реальна*) кількість годин ( *кратне 2 год. – час тивалості пари*).

<sup>4</sup> Загальна кількість годин, відведених на дану дисципліну згідно навчального плану.

<sup>5</sup> В тому числі *Інтернет ресурси*

**Завдання для самостійної роботи з елементами дистанційного навчання  
з дисципліни «Застосування методу скінчених елементів»  
на період з 24 січня до 28 лютого 2018 р.**

**для студентів**

4 курсу

першого (бакалаврського) рівня

освітньої програми «Прикладна математика»

викладач-лектор: к.ф.-м.н., ас. Оноцький В.В. (електронна пошта - [vingar@ukr.net](mailto:vingar@ukr.net))

***Види та форми контрольних заходів з перевірки самостійної роботи студентів, критерії оцінювання***

Контроль за виконанням самостійної роботи студентами здійснюється у двох формах: у січні-лютому за допомогою електронних засобів (електронною поштою), у березні – шляхом проведення письмової контрольної роботи.

Контроль у січні-лютому 2018 р. відбувається у п'ять етапів відповідно до кількості тем. Під час кожного етапу (24 січня – 20 лютого 2018 р.) студенти мають вивчити запропоновані питання визначених тем на базовому рівні. Для підтвердження виконання завдання по кожній темі студенти мають надіслати розгорнуті відповіді на запропоновані питання викладачу, що проводить лекції – **Оноцькому В.В.** на електронну пошту [vingar@ukr.net](mailto:vingar@ukr.net) не пізніше **31 січня, 7 лютого, 14 лютого, 21 лютого і 28 лютого 2018 р.** відповідно. Викладач оцінює виконані завдання в категоріях «зараховано» або «не зараховано». Щоб отримати оцінку «зараховано» потрібно дати правильні і повні відповіді на 50% і більше питань. Завдання, які мають бути виконані та надіслані на електронну пошту викладача, подано у **додатку 1.**

**Виконання самостійної роботи є допуском до написання контрольної роботи у березні 2018 р. Якщо розв'язки задач та відповіді на питання здані невчасно без поважних причин, або не зараховані, студент втрачає можливість написання контрольної роботи та отримання відповідних модульних балів, без можливості перескладання.**

На контрольну роботу за підсумками самостійної роботи виносяться всі зазначені нижче теоретичні питання. Робота оцінюється максимум в **20 балів**. Вона включає в себе 3 завдань з тем, винесених на самостійну роботу, та одне теоретичне питання. Правильний розв'язок кожної задачі оцінюється в 5 балів. За розгорнуту відповідь на теоретичне питання студент може отримати від 1 до 5 балів.

Критерії оцінювання відповіді студента на теоретичне питання:

- |   |           |
|---|-----------|
| • повнота розкриття питання                     | 1-2 бали; |
| • логіка викладення                             | 1 бал;    |
| • використання основної і додаткової літератури | 1 бал;    |
| • аналітичні міркування, вміння робити висновки | 1 бал.    |

Контрольна робота проводиться на першому лекційному занятті з курсу у березні 2018 р. Її тривалість – 1 академічна година. Друга академічна година буде присвячена розгляду теми лекції 6 (див. додаток 2).

### **Теми та питання для самостійного опрацювання**

Для самостійного опанування студентами у період з 24.01 до 28.02.18 р. виносяться наступні теми, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни:

**Тема 1.** Гільбертові простори й рівняння на них.

**Тема 2.** Еліптичний диференціальний оператор другого порядку.

**Тема 3.** Формулювання еліптичних крайових задач.

**Тема 4.** Наближені задачі. Лема Вишика-Сеа. Матриця жорсткості.

**Тема 5.** МСЕ в одномірному випадку.

Опанування тем відбувається шляхом вивчення студентами наступних **питань**, винесених на самостійну роботу.

#### *Тема 1. Гільбертові простори й рівняння на них:*

- 1) Предгільбертів простір
- 2) Поповнення предгільбертового простору до гільбертова
- 3) Лінійний функціонал
- 4) Лінійний оператор
- 5) Енергетичний простір
- 6) Операторне й проекційне формулювання задачі
- 7) Варіаційне формулювання задачі А

#### *Тема 2. Еліптичний диференціальний оператор другого порядку.*

- 8) Додатна визначеність оператора  $L: D_1(L) \rightarrow L_2(\Omega)$
- 9) Додатна визначеність оператора  $L: D_2(L) \rightarrow L_2(\Omega)$
- 10) Додатна визначеність оператора  $L: D_3(L) \rightarrow L_2(\Omega)$

#### *Тема 3. Формулювання еліптичних крайових задач.*

- 11) Однорідна крайова задача Дірихле
- 12) Операторне формулювання
- 13) Енергетичний простір оператора
- 14) Проекційне формулювання
- 15) Однорідні друга й третя крайові задачі
- 16) Операторне формулювання
- 17) Енергетичний простір оператора
- 18) Проекційне формулювання

#### *Тема 4. Наближені задачі. Лема Вишика-Сеа. Матриця жорсткості.*

- 19) Наближена проекційна та варіаційна задачі
- 20) Лема Вішика-Сеа
- 21) Число обумовленості матриці жорсткості

#### *Тема 5. МСЕ в одномірному випадку.*

- 22) Двоточкова крайова задача
- 23) Підпростір кусково-лінійних заповнень
- 24) Підпростір кусково-лагранжевих заповнень

**Список основної рекомендованої літератури для виконання самостійної роботи**

1. Деклу Ж. Метод конечных элементов. –Москва. –Мир. -1976.
2. Лаевский Ю.М. Метод конечных элементов (основы теории, задачи). – Новосибирск. - 1999.
3. Марчук Г.И., Агошков В.И.. Введение в проекционно-сеточные методы.– М.: Наука, 1981.
4. Сегерлинд Л.Дж. Применение метода конечных элементов. –Москва. –Мир. -1979. - 392 с.

*Повний список рекомендованої літератури для розв'язання задач та написання реферату та підготовки до контрольної роботи можна знайти у робочій програмі з курсу «Розпізнавання образів», яка розміщена на сайті факультет комп'ютерних наук та кібернетики.*