КР-1 Числові послідовності

	К-16					
1	Балацький Філіп	81т	83б	89т	92м	105б
2	Джалялов Назар	81р	83в	89с	92л	105в
3	Зюзін Євгеній	81п	83д	89р	92к	105г
4	Іхонкіна Уляна	81о	83е	89п	92и	105а
5	Кондратенко Ярослав	81н	83ж	89о	92ж	105е
6	Кравчук Яна	81м	83з	89м	92е	105ж
7	Левітіна Юліанна	81л	83и	89л	92б	105з
8	Саяпін Дмитро	81к	83к	89ж	92г	105и
9	Швець Михайло	81б	83л	89е	93ф	105к
10	Шевченко Євгеній	81з	83м	89д	93с	105л
11	Юхта Матвій	81ж	83п	84 ж	93ц	105м
12	Дьомін Станіслав	81е	83р	84е	93ч	105н
13	Черненко Іван	81д	83щ	84д	93ш	105о
14		81г	83ц	84г	93щ	105п
15		81в	83ч	84б	93н	105р

КР-1 (Числові послідовності)

1. N81. Знайти границю послідовності (x_n) шляхом спрощення

а) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$;

б) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k}{(2k-1)^2(2k+1)^2}$;

в) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$;

г) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+m)} (m \in N)$;

д) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(\sqrt{k} + \sqrt{k+1})\sqrt{k(k+1)}}$;

е) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$;

ж) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \prod\limits_{i=0}^{m} \frac{1}{k+i} (m \in N)$;

з) $x_n = \prod\limits_{k=2}^{n} \frac{k^3-1}{k^3+1}$;

и) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k^3+6k^2+11k+5}{(k+3)!}$;

к) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k+1)(3k+4)(3k+7)}$;

л) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$;

м) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k^2+3k+1}{(k+2)!}$;

н) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{4k^2+6k+1}{(2k+2)!}$;

о) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{4k^2+2k-1}{(2k+1)!}$;

п) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{(2k+2)!!}$;

р) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{4k^2+8k+2}{(2k+3)!!}$;

с) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \cos\frac{2k+1}{k^2+k} \sin\frac{1}{k^2+k}$;

т) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \sin\frac{2k+1}{k^2+k} \sin\frac{1}{k^2+k}$.

2. N83. Знайти границю, використовуючи теореми про збіжні послідовності

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sum\limits_{k=0}^{m} a_k n^k}{\sum\limits_{k=0}^{l} b_k n^k} \left(a_k \in R(k=\overline{0,m}), b_k \in R(k=\overline{0,l}), a_m \cdot b_l \neq 0\right);$

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \left|\dfrac{1}{n} - \dfrac{2}{n} + \dfrac{3}{n} - \ldots + \dfrac{(-1)^n n}{n}\right|;$

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n+\sqrt{n+\sqrt{n}}} - \sqrt{n}\right);$

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt[3]{n^3+n^2+1} - \sqrt[3]{n^3-n^2+1}\right);$

д) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n}\left(\sqrt[3]{(n+1)^2} - \sqrt[3]{(n-1)^2}\right);$

е) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt[3]{n^2-n^3} + n\right);$

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n^3}\left(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}\right);$

з) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^3+n}-\sqrt{n}};$

и) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1}{2n}\sin n^3 - \dfrac{3n}{6n+1}\right);$

к) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{2n^2-1}\cdot\cos\dfrac{n+1}{2n-1} - \dfrac{n}{1-2n}\cdot\dfrac{n(-1)^n}{n^2+1}\right);$

л) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\operatorname{arctg}\dfrac{n^3}{2n+1} + \dfrac{\sin -n}{1-4n}\right);$

м) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{\operatorname{arctg} n}{\sqrt{n}-\sqrt[3]{n}} + \dfrac{\{n^3-\frac{2}{3}n\}}{\ln n} + 1\right);$

н) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{\sqrt{n^2+k}};$

о) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{[an]}{n}(a \in R);$

п) $\lim\limits_{n\to\infty} 2n\left(\sqrt{n^2+1} - n\right);$

р) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[7]{1+\dfrac{\operatorname{arctg}(\ln n)}{\sqrt{n}}};$

с) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\sum\limits_{k=1}^{n+1} k\cdot 2^{n-k+1}\cdot 3^{k-1}};$

т) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\sum\limits_{k=0}^{n} k^p}(p \in N);$

у) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n^2]{n};$

ф) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n^2]{n!};$

х) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{n+k}};$

ц) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n}{2n^2-1}\cos\dfrac{n+1}{2n-(-1)^n};$

ч) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k}}{\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{3^k}};$

ш) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+\lg n+2^n}{n^2-\lg n-2^n};$

щ) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt[4]{n^4-n^2} - n\right);$

э) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{a^n+1}(a \neq -1);$

3. N84 або N89.

N84. Знайти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, якщо

б) $x_n = \dfrac{3^n - e^n + \ln(n^{10} + n^{20} + n^{30}) - \sqrt[3]{n+1}}{2^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n - 5^n + n^{1000} + 1}$;

г) $x_n = \dfrac{\operatorname{arctg}(n^{10}) - \ln(21n^3 + 5) - \sqrt[5]{n - \frac{3}{2}}}{\operatorname{arctg}(5 - 2^n) + \log_{10}(n+1)}$;

д) $x_n = \dfrac{n^{22} - n^3 + 3n^2 - 3^n + \left(2 + \frac{1}{n}\right)^n}{\log_{\frac{1}{2}}(n^3 + n^2) + \ln(n + 3^n) - (e+1)^n}$;

е) $x_n = \dfrac{5^n - 25^n + \ln(3 + n^n) - (2n)!}{\sin(n^3) + 26^n + (2n)!!}$;

ж) $x_n = \dfrac{[n^3] - \{n^2\} + \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{3}{2}\right)^n}{\ln(n + n^4) + \left(\frac{3}{2}\right)^n + \left(\frac{4}{3}\right)^n + \left(\frac{5}{4}\right)^n}$;

N89. Довести збіжність у просторі дійсних чисел послідовності

д) $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n^2}\right)^n$;

е) $x_n = \dfrac{(2n)!!}{(2n+1)!!}$;

ж) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k^k}$;

з) $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n+k}\right)^n \; k \in N$

и) $x_n = \left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n$;

к) $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{\frac{3}{2}n}$;

л) $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{2n}\right)^{\frac{3}{2}n}$;

м) $x_n = \left(1 - \dfrac{1}{n}\right)^n$;

н) $x_n = \left(1 + \dfrac{m}{n}\right)^n, m \in R$;

о) $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{mn}\right)^{m+n}, m \in R \setminus \{0\}$;

п) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k^2+1}$;

р)* $x_n = \prod\limits_{k=1}^{n} \left(1 + \dfrac{1}{k^2+1}\right)$;

с) $x_n = \prod\limits_{k=1}^{n} \sin k$;

т) $x_n = \prod\limits_{k=1}^{n} \cos k$.

4. N92 або N93

N92. Знайти границю послідовності (x_n)

а) $x_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln n$ границя цієї послідовності - стала Ейлера C

б) $x_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2n+2k-1}$;

в) $x_n = \frac{1}{\ln n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$;

г) $x_n = \frac{1}{\ln n} \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{k}$;

д) $x_n = \frac{1}{\ln n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k-1}$;

е) $x_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2^n} \frac{1}{k}$;

ж) $x_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{3k-2} + \frac{1}{3k-1} - \frac{1}{3k} \right)$;

з) $x_n = \frac{1}{\ln n} \sum_{i=n^k+1}^{n^m} \frac{1}{i}, k \in N, m \in N, k < m$;

и) $x_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n+1)$;

к) $x_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{4k-3} + \frac{1}{4k-2} + \frac{1}{4k-1} - \frac{1}{4k} \right)$;

л) $x_n = \frac{1}{\ln n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4k-1}$;

м) $x_n = \frac{1}{\ln n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4k-3}$.

N93. Знайти границю послідовності (x_n)

н) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} k!}{\sum\limits_{k=1}^{n} k^k}$;

о) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} k^p}{n^{p+1}}, p \in N$;

п) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} \operatorname{tg}\frac{1}{k}}{n}$;

р) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} k^p}{n^{p+1}} - \dfrac{n}{p+1}, p \in N$;

с) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} (2k-1)^p}{n^{p+1}}, p \in N$;

т) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} k^k}{n^n}$;

у) $x_n = \dfrac{(n+1)\ln(n!) - 2\ln\prod\limits_{k=2}^{n} k!}{n^2+n}$;

ф) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} (2k-1)^2}{\sum\limits_{k=1}^{n} (2k)^2}$;

х) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}}{\sqrt{n} + (-1)^n}$;

ц) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} \sqrt{k}}{n\sqrt{n} + (-1)^n n}$;

ч) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} \sqrt{k}}{n + \sin n}$;

ш) $x_n = \dfrac{1}{n^{m+1}} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(k+m)!}{k!}; m \in N$;

щ) $x_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} k\sqrt{k} + (-1)^n n}{n^2\sqrt{n} + (-1)^{n+1}(n+1)^2}$.

5. N105 Що можна сказати про послідовність $(x_n) \subset \overline{R}$, якщо для фіксованого $a \in R$ виконуються умови

а) $\forall \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

б) $\forall \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$;

в) $\forall \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

г) $\forall \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$;

д) $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

е) $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$;

ж) $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

з) $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$;

и) $\exists \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

к) $\exists \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$;

л) $\exists \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

м) $\exists \varepsilon > 0 \forall n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$;

н) $\exists \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

о) $\exists \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$;

п) $\exists \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| < \varepsilon$;

р) $\exists \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \exists n > n_\varepsilon \ |x_n - a| \geqslant \varepsilon$.