

Лабораторна робота за темою
Елемент найкращого середньоквадратичного наближення
та метод найменших квадратів
 Термін виконання: до 3.11.2023

Завдання 1: Побудувати середньоквадратичне наближення для функції $f(x)$ на відповідному проміжку, використовуючи базові функції ($n=4$):

1.1. $\{\varphi_i\}_0^n = x^i, x \in [0,1]$

1.2. $\{\varphi_i\}_0^n$ - поліноми Лежандра, $x \in [-1,1]$

1.3. $\{\varphi_i\}_0^n = \{1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \dots\}$ тригонометрична система,
 $x \in [-\pi, \pi]$

1.4. $\{\varphi_i\}_0^n$ - поліноми Чебишева, $x \in [-1,1]$

Дослідити точність в вузлах.

Завдання 2: На основі методу найменших квадратів провести побудову кривих заданих системою точок на площині масивами значень аргументів та функцій (mas_x , mas_y). Передбачається, що відомий функціональний закон для множини точок.

Знайти за системою точок на площині оптимальні за середньоквадратичним відхиленням

- коефіцієнти A, B прямої лінії $y = Ax + B$

- коефіцієнти A степеневій функції $y = Ax^M$, де M - відоме

- коефіцієнти A, C лінеаризації показникової функції $y = Ce^{Ax}$

- коефіцієнти A, B, C, D, E , поліномів ($y = Ax^2 + Bx + C$

$y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$, $y = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$).

Побудувати графіки отриманих функцій та задані точки на площині.

Вважаємо, що

на інтервалі задано масив значень на вісі абсцис (вузли інтерполювання) з 10 елементів та на вісі ординат (значення функції в вузлах), в яких наявні параметри

$k1 = k2 * 0,01, k2 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$

0. Масив значень аргумента ($\text{mas}_x + k2$)

-1.6000 -1.2000 -0.8000 -0.4000 0 0.4000 0.8000 1.2000 1.6000 2.0000

1. Масив значень функції (пряма лінія $y = Ax + B$)

($\text{mas}_y1_line + k1$)

-0.2000 0.6000 1.4000 2.2000 3.0000 3.8000 4.6000 5.4000 6.2000 7.0000

7. Масив значень функції (метод лінеаризації, $y = Ce^{Ax} + B$)

($\text{mas}_y3_lineariz + k1$)

0.1630 0.3629 0.8076 1.7973 4.0000 8.9022 19.8121 44.0927 98.1301
 218.3926

8. Масив значень функції (квадратний трьохчлен, $y = Ax^2 + Bx + C$)

(mas_y4_3_parabola + k1)

4.3200 3.2800 2.8800 3.1200 4.0000 5.5200 7.6800 10.4800 13.9200 18.0000

9. Масив значень функції (многочлен степеня 4, $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$)

(mas_y4_4_parabola + k1)

-1.9120 1.0640 2.6960 3.7520 5.0000 7.2080 11.1440 17.5760 27.2720
41.0000**10. Масив значень функції** (многочлен степеня 5, $y = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$)

(mas_y4_4_parabola + k1)

-1.9120 1.0640 2.6960 3.7520 5.0000 7.2080 11.1440 17.5760 27.2720
41.0000

ППП	Задання 1		Завдання 2	
	f(x), проміжок	Базові функції	k2	Функції
1.	$f(x) = e^{\frac{x}{3}} \sin 3x, x \in [0, 1]$	1.2	1	1, 8
2.	$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + x^2 - x + 1}, x \in [-1, 5; 0, 2]$	1.3	2	7, 9
3.	$f(x) = 0,5\sqrt{x} + 2 \sin(x), x \in [1; 6]$	1.2	3	1, 10
4.	$f(x) = 0,5\sqrt{x} + 2 \cos(x), x \in [1; 6]$	1.4	4	7, 8
5.	$f(x) = x \cos\left(\frac{1}{x}\right) + 0.155, x \in \left[\frac{2.2}{3\pi}; \frac{1.8}{\pi}\right]$	1.2	5	1, 9
6.	$y = x^{\frac{3}{2}} - x^2 \sin(4x), x \in [2; 4]$	1.3	6	7, 10
7.	$y = \sqrt{x^2 + 2} \cos(2.14x), x \in [1; 3.5]$	1.4	7	1, 8
8.	$y = \sin^3(x) + \cos^3(x), x \in \left[0; \frac{3}{2}\pi\right]$	1.2	8	7, 9
9.	$y = x^{\frac{2}{3}} - (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}, x \in [-1.2; 2]$	1.3	9	1, 10
10.	$y = e^{-\sqrt{2}x} \sin^2(x), x \in [0; 2,5]$	1.4	10	7, 8
11.	$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 1}, x \in [-4; 5]$	1.2	1	1, 9
12.	$y = 2\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}, x \in [1; 4]$	1.3	2	7, 10
13.	$y = 0.5x + e^{-x}, x \in [-1; 4]$	1.4	3	1, 8

Літ.

1. Москальков. СММ7.pdf, стор.7-19
2. Формалев. Численные методы. стр. 118-126